**Пояснительная записка**

Рабочая программа элективного курса «Алгебра +: рациональные и иррациональные алгебраические задачи» составлена на основе авторской программы курса «Алгебра +: рациональные и иррациональные алгебраические задачи» автор А.Н.Земляков. Элективный курс рассчитан на 68 часов (34 ч в 10 классе и 34 ч в 11 классе).

**Цели и задачи курса.**

Знания, умения, компетенции

Основной целью изучения курса является:

1. Систематизация и углубление знаний, закрепление и упрочение умений, необходимых для продолжения образова­ния в вузах.

В то же время курс А+ направлен на достижение следу­ющих целей:

1. Получение общего представления об элементарной ал­гебре и применяемых в ней методах как о составляющей всей математики как науки.
2. Развитие логической и методологической (в узком смысле) культуры, составляющей существенный компонент

культуры мышления, рассматриваемый в рамках общей куль­туры.

1. Овладение общими приемами организации действий: пла­нированием, осуществлением плана, анализом и выражением результатов действий.
2. Получение представления об универсальном характере математических методов, о тесной взаимосвязи элементарной алгебры с высшей математикой: арифметикой, алгеброй, ма­тематическим анализом; о единстве математики в целом.
3. Развитие внутренней мотивации в предметной деятельности, формирование устойчивого и осознанного интереса к ней.

При изучении курса А+ перед учащимися ставятся следу­ющие конкретные задачи:

* получение знаний об основных логических и содержатель­ных типах алгебраических задач: уравнений, неравенств, систем, совокупностей с рациональными, иррациональ­ными функциями/выражениями; овладение навыками со­ответствующих алгебраических преобразований выраже­ний и логических преобразований алгебраических задач;
* овладение логическими, аналитическими, графическими методами решения алгебраических задач с изучаемыми классами выражений и функций;
* освоение методов решения и исследования вычислитель­ных и логических задач с параметрами;
* получение конкретного представления о взаимосвязях высшей математики (арифметики, алгебры, математиче­ского анализа) с элементарной алгеброй на основе исполь­зования методов высшей математики при исследовании и решении алгебраических задач.

**Образовательные результаты (планируемые результаты обучения)**

Предметные знания. Алгебраические задачи: уравнения, нера­венства с переменными, системы, совокупности. Множества решений. Следование и равносильность задач.

Общее понятие задачи с параметрами. Суждения существования и всеобщности, кванторы. Логические задачи с парамет­рами. Координатная интерпретация задач с параметрами.

Многочлены и действия над ними. Деление с остатком, алгоритмы деления. Теорема Безу. Разложимые многочлены. Кратные корни. Число корней многочлена. Система и теорема Виета.

Элементы перечислительной комбинаторики: перестановки, сочетания, размещения, перестановки с повторениями. Фор­мула Ньютона для степени бинома. Треугольник Паскаля.

Многочлены низших степеней (от второй до четвертой). Поиск корней и разложений. Теоремы Виета для квадратичных и кубических многочленов (уравнений). Формула Кардано— Тарталья.

Рациональные и иррациональные уравнения и неравенства. Методы замены и разложения. Метод интервалов. Метод эквивалентных переходов. Метод сведения к системам. Метод оценок. Использование монотонности. Схемы решения задач с модулями. Неравенства с двумя переменными — координат­ная интерпретация. Метод областей.

Уравнения и системы с несколькими переменными. Основ­ные методы решения рациональных алгебраических систем с двумя переменными: подстановка, исключение переменных, замена, разложение, использование симметричности и ограни­ченности, оценок и монотонности. Системы с тремя перемен­ными— основные методы.

Алгебраические задачи с параметрами. Основные методы решения и исследования: аналитический и координатный (метод «Оха»).

История алгебры как науки о выражениях и уравнениях (Кардано, Виет, Декарт, Ферма, Эйлер и др.).

**Предметные умения, которыми должны овладеть учащиеся при изучении данного курса:**

* умение проводить логически грамотные преобразования выражений и эквивалентные преобразования алгебраи­ческих задач (уравнений, неравенств, систем, совокупно­стей);
* умение использовать основные методы при решении алгебраических задач с различными классами функций (рациональными и иррациональными алгебраическими), в том числе: методы замены, разложения, подстановки, эквивалентных преобразований, использования симмет­рии, однородности, оценок, монотонности;
* умение понимать и правильно интерпретировать задачи с параметрами, логические и кванторные задачи; умение применять изученные методы исследования и решения задач с параметрами: аналитический и координатный.

**Общеинтеллектуальные умения:**

* умение анализировать различные задачи и ситуации, вы­делять главное, достоверное в той или иной информации;
* владение логическим, доказательным стилем мышления, умение логически обосновывать свои суждения;
* умение конструктивно подходить к предлагаемым зада­чам;
* умение планировать и проектировать свою деятельность, проверять и оценивать ее результаты.

**Общекультурные компетенции:**

* понимание элементарной математики как неотъемлемой части математики, методы которой базируются на многих разделах математики высшей;
* понимание роли элементарной математики в развитии математики, роли математиков в развитии современной элементарной математики;
* восприятие математики как развивающейся фундамен­тальной науки, являющейся неотъемлемой составляющей науки, цивилизации, общечеловеческой культуры во вза­имосвязи и взаимодействии с другими областями мировой культуры.

**Основной тип занятий** – практикум. Для наиболее успеш­ного усвоения материала планируются различные формы ра­боты с учащимися: *лекционные занятия, группо­вые, индивидуальные формы работы.* Для текущего контро­ля на занятиях учащимся рекомендуется серия зада­ний, часть которых выполняется в классе, а часть – дома са­мостоятельно.

**Формы и методы контроля:** проверочные работы по каждой теме, две контрольных работы в 10 и две в 11 классах, итоговое тестирование. Изучение каждой темы заканчивается проверочной работой, которая может быть составлена на основе материалов разнообразных сборников, различных вариантов ЕГЭ, открытого банка заданий в Интернете.

**Программа курса**

***Содержание курса***

Тема *1. Логика алгебраических задач*

Элементарные алгебраические задачи как предложения с переменными.

Множество решений задачи. Следование и равносильность (эквивалентность) задач.

Уравнения с переменными. Числовые неравенства и нера­венства с переменной. Свойства числовых неравенств.

Сложные (составные) алгебраические задачи. Конъюнкция и дизъюнкция предложений. Системы и совокупности задач.

Алгебраические задачи с параметрами.

Логические задачи с параметрами. Задачи на следование и равносильность.

Интерпретация задач с параметрами на координатной плос­кости.

*Тема 2. Многочлены и полиномиальные алгебраические уравнения*

Представление о целых рациональных алгебраических вы­ражениях. Степень многочлена. Кольца многочленов.

Делимость и деление многочленов с остатком. Алгоритмы деления с остатком.

Теорема Безу. Корни многочленов. Следствия из теоремы Безу: теоремы о делимости на двучлен и о числе корней многочленов. Кратные корни.

Полностью разложимые многочлены и система Виета. Об­щая теорема Виета.

Элементы перечислительной комбинаторики: перестановки, сочетания, размещения, перестановки с повторениями. Фор­мула Ньютона для степени бинома. Треугольник Паскаля.

Квадратный трехчлен: линейная замена, график, корни, разложение, теорема Виета.

Квадратичные неравенства: метод интервалов и схема зна­ков квадратного трехчлена.

Кубические многочлены. Теорема о существовании корня у полинома нечетной степени. Угадывание корней и разложе­ние.

Куб суммы/разности. Линейная замена и укороченное ку­бическое уравнение. Формула Кардано.

Графический анализ кубического уравнения х3 + Ах = В. Неприводимый случай (три корня) и необходимость комплекс­ных чисел.

Уравнения степени 4. Биквадратные уравнения. Представ­ление о методе замены.

Линейная замена, основанная на симметрии. Угадывание корней. Разложение. Метод неопределенных коэффициентов. Схема разложения Феррари.

Полиномиальные уравнения высших степеней. Понижение степени заменой и разложением. Теоремы о рациональных корнях многочленов с целыми коэффициентами.

Приемы установления иррациональности и рациональности чисел.

Тема 3. *Рациональные алгебраические уравнения и неравенства*

Представление о рациональных алгебраических выраже­ниях.

Симметрические, кососимметрические и возвратные много­члены и уравнения.

Дробно-рациональные алгебраические уравнения. Общая схема решения.

Метод замены при решении дробно-рациональных уравне­ний.

Дробно-рациональные алгебраические неравенства. Общая схема решения методом сведения к совокупностям систем.

Метод интервалов решения дробно-рациональных алгебра­ических неравенств.

Метод оценки. Использование монотонности. Метод замены при решении неравенств.

Неравенства с двумя переменными. Множества решений на координатной плоскости. Стандартные неравенства. Метод областей.

Тема 4. *Рациональные алгебраические системы*

Уравнения с несколькими переменными. Рациональные уравнения с двумя переменными. Однородные уравнения с двумя переменными.

Рациональные алгебраические системы. Метод подстановки. Метод исключения переменной. Равносильные линейные пре­образования систем.

Однородные системы уравнений с двумя переменными.

Замена переменных в системах уравнений.

Симметрические выражения от двух переменных. Теорема Варинга—Гаусса о представлении симметрических многочленов через элементарные. Рекуррентное представление сумм степеней через элементарные симметрические многочлены (от двух переменных).

Системы Виета и симметрические системы с двумя пере­менными.

Метод разложения при решении систем уравнений.

Методы оценок и итераций при решении систем уравнений.

Оценка значений переменных. Сведение уравнений к системам.

Системы с тремя переменными. Основные методы.

Системы Виета с тремя переменными.

Тема5. *Иррациональные алгебраические задачи*

Представление об иррациональных алгебраических функ­циях. Понятия арифметических и алгебраических корней. Иррациональные алгебраические выражения и уравнения.

Уравнения с квадратными радикалами. Замена переменной. Замена с ограничениями.

Неэквивалентные преобразования. Сущность проверки.

Метод эквивалентных преобразований уравнений с квад­ратными радикалами.

Сведение иррациональных и рациональных уравнений к си­стемам.

Освобождение от кубических радикалов.

Метод оценки. Использование монотонности. Использование однородности.

Иррациональные алгебраические неравенства. Почему нера­венства с радикалами сложнее уравнений.

Эквивалентные преобразования неравенств. Стандартные схемы освобождения от радикалов в неравенствах (сведение к системам и совокупностям систем).

«Дробно-иррациональные» неравенства. Сведение к совокупностям систем.

Теорема о промежуточном значении непрерывной функ­ции. Определение промежутков знакопостоянства непрерыв­ных функций. Метод интервалов при решении иррациональных неравенств.

Замена при решении иррациональных неравенств.

Использование монотонности и оценок при решении неравенств.

Уравнения с модулями. Раскрытие модулей — стандартные схемы. Метод интервалов при раскрытии модулей.

Неравенства с модулями. Простейшие неравенства. Схемы освобождения от модулей в неравенствах.

Эквивалентные замены разностей модулей в разложенных и дробных неравенствах («правило знаков»).

Иррациональные алгебраические системы. Основные приемы.

Смешанные системы с двумя переменными.

**Примерное тематическое планирование**

Тема 1. Логика алгебраических задач.

Тема 2. Многочлены и полиномиальные алгебраические уравнения.

Тема 3. Рациональные алгебраические уравнения и неравенства.

Тема 4. Рациональные алгебраические системы.

Тема 5. Иррациональные алгебраические задачи.

**Соответствие планирования учебного материала**

**В программу внесены изменения:** уменьшено или увеличено количество часов на изучение некоторых тем. Сравнительная таблица приведена ниже.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| №  п.п | **Разделы и темы** | **Количество часов** | |
| **авторская** | **модифицированная**  **(рабочая)** |
| Наличие тем | 5 | 5 |
| Объем часов на прохождение всех тем | 48 | 68 |
| **Объем часов на прохождение каждой темы** | | |
| 1. | Логика алгебраических задач | 6 | 9 |
| 2. | Многочлены и полиномиальные алгебраические уравнения | 12 | 16 |
| 3. | Рациональные алгебраические уравнения и неравенства | 6 | 10 |
| 4. | Рациональные алгебраические системы | 15 | 20 |
| 5. | Иррациональные алгебраические задачи. | 9 | 14 |

Внесение данных изменений позволит охватить весь изучаемый материал по программе, повысить уровень обученности обучающихся по предмету, а также более эффективно осуществить индивидуальный подход к обучающимся.

Срок реализации рабочей программы – 2 года.

**Тематическое планирование, 10 класс**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ***№ урока*** | ***Содержание материала*** | ***Кол.***  ***часов*** | |
|  | 1. ***Логика алгебраических задач (9часов)*** | |
| 1 | Равносильность и следование задач. Равносильность уравнений и систем с одной переменной. | 1 | |
| 2 | Совокупности и системы алгебраических задач. | 1 | |
| 3 | Следование уравнений с одной переменной | 1 | |
| 4 | Что такое задача с параметром | 1 | |
| 5 | Логические задачи с параметром | 1 | |
| 6 | Логические и кванторные формулировки задач с параметрами | 1 | |
| 7 | Функционально-графическая интерпретация задач с параметрами | 1 | |
| 8 | Координатная интерпретация задач с параметрами | 1 | |
| 9 | Решение задач. Самостоятельная работа | 1 | |
|  | 1. ***Многочлены и полиномиальные алгебраические уравнения* (16 часов)** | |
| 10 | Корни многочленов | 1 | |
| 11 | Деление многочленов на двучлен. Теорема Безу | 1 | |
| 12 | Алгоритмы деления на двучлен. Метод Руффини-Горнера | 1 | |
| 13-14 | Делимость многочлена на двучлен. Число корней многочлена | 2 | |
| 15 | *Контрольная работа №1(рубежный контроль)* | 1 | |
| 16-17 | Решение кубических уравнений | 2 | |
| 18-19 | Уравнения степени 4 | 2 | |
| 20 | Линейные замены, основанные на симметрии | 1 | |
| 21 | Метод разложения. Поиск рациональных корней | 1 | |
| 22 | Применение теоремы о рациональных корнях к решению уравнений | 1 | |
| 23 | Разложение методом неопределенных коэффициентов | 1 | |
| 24 | Решение задач | 1 | |
| 25 | Решение задач | 1 | |
|  | 1. ***Рациональные алгебраические уравнения и неравенства (9 часов)*** | |
| 26 | Рациональные алгебраические выражения и задачи | 1 | |
| 27 | Метод замены | 1 | |
| 28 | Симметрические и кососимметрические уравнения | 1 | |
| 29 | Самостоятельная работа | 1 | |
| 30 | Простейшие рациональные неравенства. Методы решения неравенств | 1 | |
| 31 | Метод интервалов | 1 | |
| 32 | Метод замены | 1 | |
| 33 | Неравенства с двумя переменными. Метод областей | 1 | |
| 34 | *Контрольная работа №2* | 1 | |

**11 КЛАСС**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **Рациональные алгебраические системы (20 часов)** | | |
| 1-2 | Решение уравнений с двумя переменными | 2 |
| 3-4 | Рациональные уравнения с двумя переменными | 2 |
| 5-6 | Однородные уравнения с двумя переменными | 2 |
| 7 | Самостоятельная работа | 1 |
| 8-9 | Решение систем. Общий метод подстановки | 2 |
| 10-11 | Однородные системы | 2 |
| 12-13 | Решение систем: метод замены | 2 |
| 14 | Решение систем: метод разложения | 1 |
| 15 | *Контрольная работа №1(рубежный контроль)* | 1 |
| 16-17 | Системы с тремя переменными | 2 |
| 18-19 | Симметрические системы | 2 |
| 20 | Решение задач | 1 |
|  | **Иррациональные алгебраические задачи. (14 часов)** | | |
| 21 | Иррациональные алгебраические выражения | 1 |
| 22 | Уравнения с квадратными радикалами. Замена переменной | 1 |
| 23 | Неэквивалентные преобразования с проверкой | 1 |
| 24 | Метод эквивалентных преобразований | 1 |
| 25 | Освобождение от кубических радикалов | 1 |
| 26 | Неравенства с радикалами | 1 |
| 27 | Метод интервалов при решении иррациональных неравенств | 1 |
| 28 | Замена при решении иррациональных неравенств | 1 |
| 29 | Самостоятельная работа | 1 |
| 30-31 | Уравнения с модулями | 2 |
| 32-33 | Неравенства с модулями | 2 |
| 34 | *Контрольная работа №2* | 1 |
|  |  |  |

**ФОРМЫ И СРЕДСТВА КОНТРОЛЯ**

**Контрольные работы в 10 классе**

Контрольная работа №1

Вариант 1

1. Решите уравнение: а)x3 – 8x2 + 13x – 2=0
2. Решите уравнение c параметром: - =
3. Решите систему и совокупность неравенств:

**Системы и совокупности неравенств с одной переменной Системы и совокупности неравенств с одной переменной**

Вариант 2

1. Решите уравнение: a) x3 – 4x2 + 3x + 2=0
2. Решите уравнение c параметром: + =
3. Решите систему и совокупность неравенств:

Системы и совокупности неравенств с одной переменной Системы и совокупности неравенств с одной переменной

Контрольная работа №2

Вариант 1

1. Решите возвратное уравнение: x4 – 5x3 + 6x2 – 5x + 1=0
2. Решите неравенство: а) (x-3)2(x-5)3(x+1)0

б) (x2-7x-8)( x2+3x+2)

3. Решите рациональное неравенство:

4. Решите неравенство с параметром: (n-3)x5n-1

Вариант 2

1. Решите возвратное уравнение:10 x4 – 77x3 + 150x2 – 77x + 10=0
2. Решите неравенство: a) (x-1)(x-2)2(x-3)3

б) (x2-5x+6)( x2-3x+2)0

3. Решите рациональное неравенство:

4. Решите неравенство с параметром: 3(2a-x)ax+1.

**Контрольные работы в 11 классе**

Контрольная работа №1

Вариант 1

1. Найдите три решения уравнения: a) x-2y=8; б) x-xy=12
2. Постройте график уравнения: (x-2)(y-3)=0
3. Решить систему уравнений:

а) x2-9y2-x+3y=0 б) 2x2+3y=xy

X2-xy+y=7 x2-y=3xy

Вариант 2

1. Найдите три решения уравнения: а) x+0y=10, б)(x+y)(y-2)=0
2. Постройте график уравнения: (x+3)(y+1)=0
3. Решить систему уравнений:

а) 3x2+4xy+y2=0 б) x2+3xy+y2=11

X2-5xy-3y-7=0 xy+x+y=5

Контрольная работа №2

Вариант 1

1. Упростить числовое выражение: .
2. Решить уравнение: |x2-4x|+|5x-x2|=x
3. Решить неравенство: 14-2x

Вариант 2

1. Упростить числовое выражение: :
2. Решить уравнение: |x2-4x+3|+|-x2+5x-4|=x-1
3. Решить неравенство: 8+2x

**Учебно – методические средства обучения**

Курс обеспечен раздаточным материалом, подготовленным на основе прилагаемого ниже списка литературы.

**Литература:**

1. УМК « Математика.ЕГЭ-2013», « Математика. Математические тесты», 10-11 классы части 1 и 2,под редакцией Ф.Ф. Лысенко, « Легион-М, Ростов-на-Дону,2013.
2. УМК « Математика.ЕГЭ-2013», « Алгебра и начала анализа,10 класс», под редакцией Ф.Ф. Лысенко, « Легион-М, Ростов-на-Дону,2013.
3. УМК « Математика.ЕГЭ-2013», « Математика. Математические тесты, геометрия,», 10-11 классы, под редакцией Ф.Ф. Лысенко, « Легион-М, Ростов-на-Дону,2013.
4. Дорофеев Г.В., Потапов М.К. "Пособие по математике для поступающих в вузы"
5. Дорофеев Г.В "Как решать задачи по математике на вступительных экзаменах."
6. Потапов М.К., Олехник С.Н. "Конкурсные задачи по математике."
7. Сканави "Сборник конкурсных задач по математике для поступающих во Втузы".
8. Горштейн П.И. "Задачи с параметрами".
9. Черкасов О.Ю., Якушев А.Г. Математика. "Интенсивный курс подготовки к экзамену". М, 2002
10. С.М. Никольский «Алгебра и начала математического анализа», 10-11 класс, учебник для общеобразовательных учреждений. Москва «Просвещение», 2009